

Top

TEST

Left side

Right side

Bottom

las lecciones en pdf están en:



<https://www.physics.umd.edu/rgroups/amo/orozco/results/2023/Results23.htm>

Correlaciones en óptica y en óptica cuántica:

Una serie de lecciones a cerca de
correlaciones y coherencia Junio 2023

Luis A. Orozco

www.jqi.umd.edu

Universidad de Concepción



Lección 3

Lista tentativa de tópicos a tratar:

- De la estadística y el algebra lineal a la densidad espectral de potencia.
- Perspectiva histórica y ejemplos en varias areas de física.
- **Funciones de correlación en optica clásica**
- La relación entre correlación y la coherencia.
- Funciones de correlación en óptica cuántica.
- Correlaciones y dinámica condicional para control.
- Correlaciones del campo y la intensidad en óptica cuántica.
- Correlaciones en electrodinámica cuántica de cavidades.

- M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics* Cambridge University Press, Cambridge, 1999, 7th expanded.
- L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- E. Wolf, *Introduction to the Theory of Coherence and Polarization of Light* Cambridge University Press, Cambridge, 2007.

Interferómetro Michelson

Interferencia de dos ondas

$$E_1 e^{i\phi_1} + E_2 e^{i\phi_2}$$

$$I = |E_1 e^{i\phi_1} + E_2 e^{i\phi_2}|^2$$

¿Si hay fluctuaciones?

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_1 - \phi_2)$$

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

para fases iguales

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Visibilidad

en general:

$$V = \frac{4\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\phi_1 - \phi_2) \rangle}{2(I_1 + I_2)}$$

para intensidades iguales:

$$V = \langle \cos(\phi_1 - \phi_2) \rangle$$

La visibilidad mide la capacidad de interferir, la coherencia. Parece una función de correlación de tiempo igual $\langle E_1^* E_2 \rangle$, un producto interno

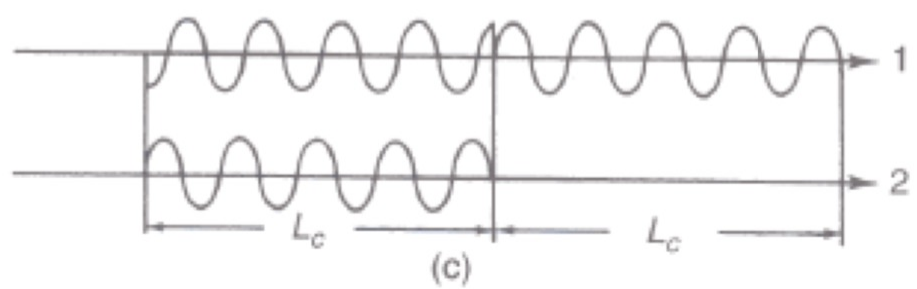
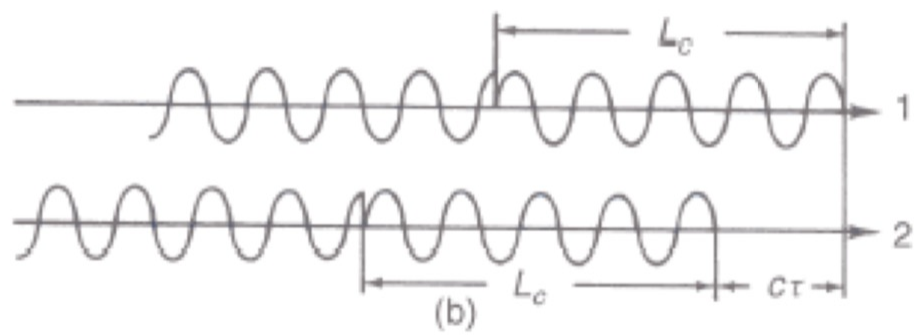
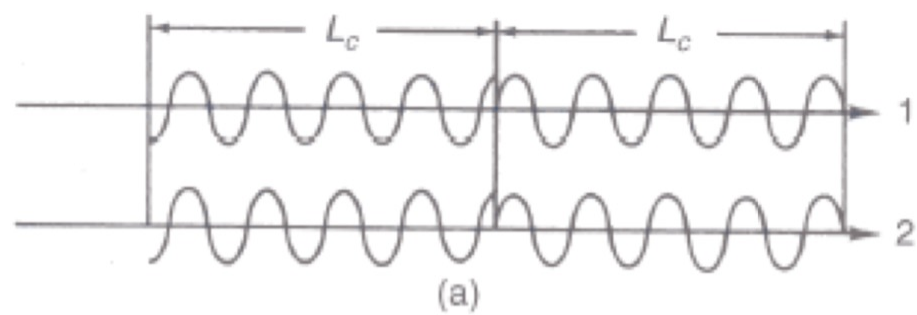
Si las fases son aleatorias el promedio de coseno es cero.

La visibilidad es cero.

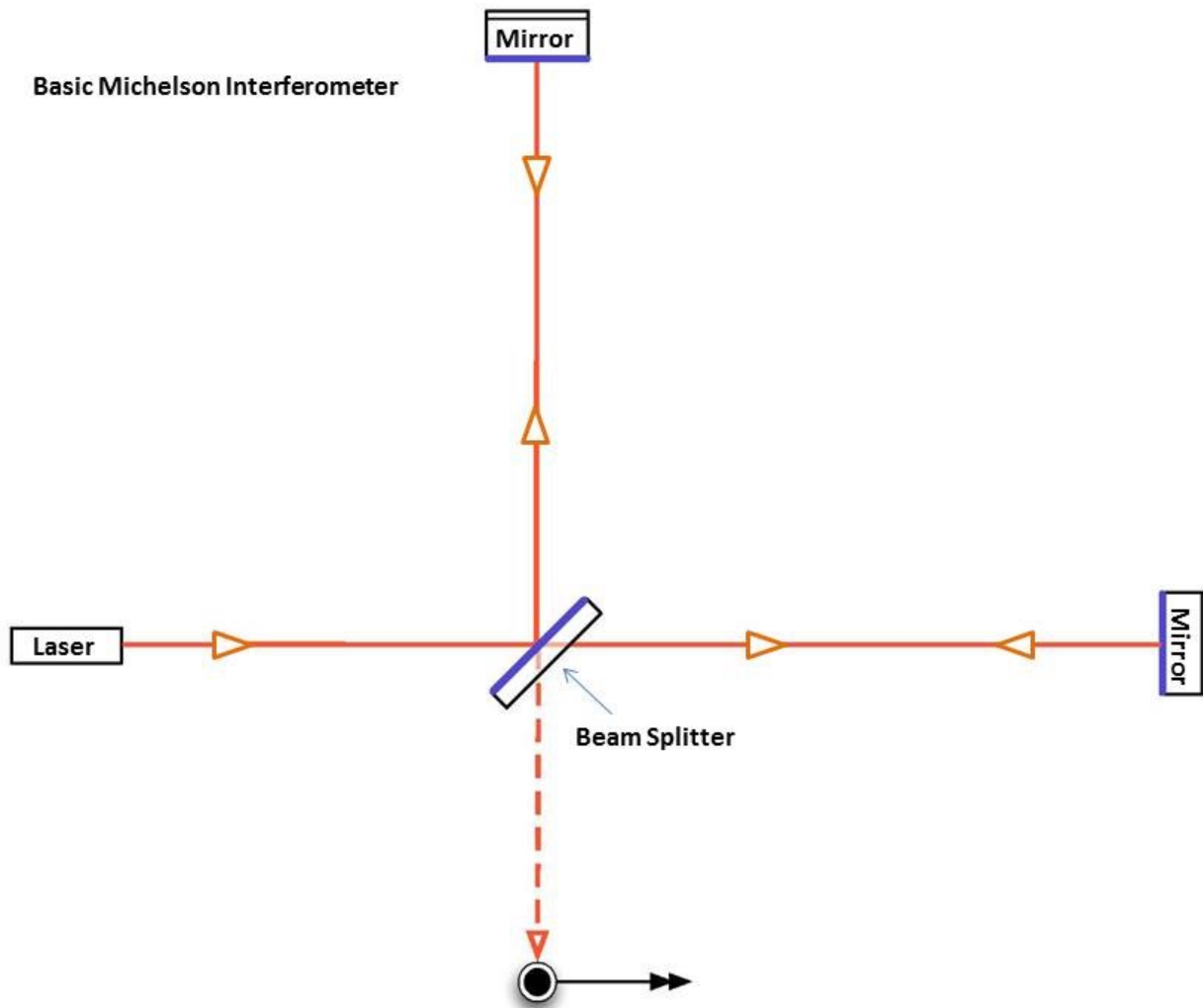
Si tienen una distribución ese promedio estará entre ± 1 y la visibilidad estará entre 1 y 0

El término interferencia (coseno) está relacionado con la coherencia, es una correlación.

- ¿Cómo medimos esa capacidad de interferir?
- Interferómetro de Michelson, ya que podemos variar la diferencia de fase
- ¿Qué puede afectar a la interferencia?
- La desigualdad de amplitudes
- Los frentes de onda no son iguales
- Tiempo, frecuencia y número de onda
- Polarización
- Interrupciones en la fase, saltos de fase



Basic Michelson Interferometer

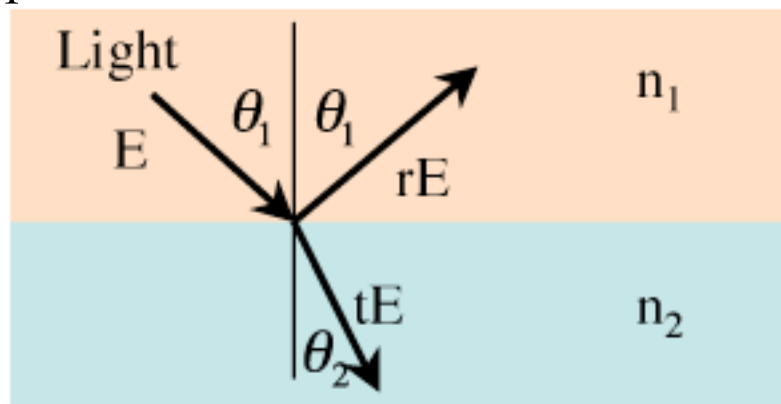


Recuerden que en un divisor de haz (espejo semitransparente) hay una diferencia en las fases dependiendo de si la reflexión es de mayor a menor ($-1, \pi$) o si es de menor a mayor índice de refracción.

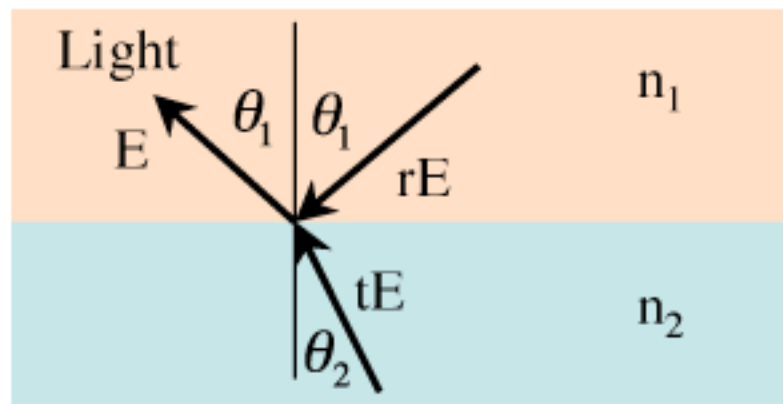
Invarianza T (argumento de Stokes).

$$n_2 > n_1$$

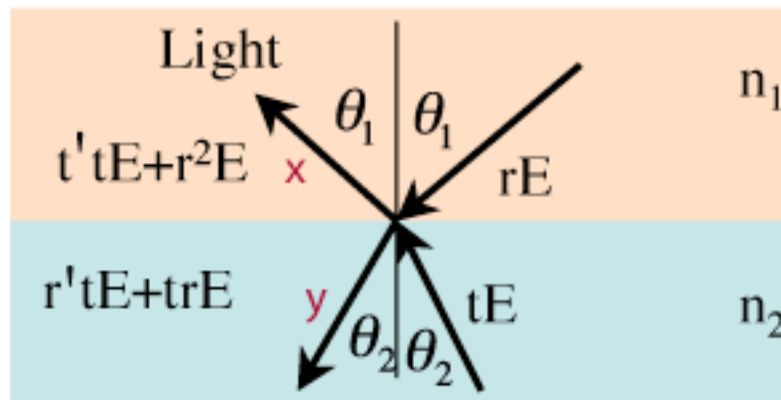
Forwards in time



Backwards in time



Backwards in time (showing all possible fields)



$$t' tE + r^2 E = E$$

$$r' tE + trE = 0$$

$$\Rightarrow t' t + r^2 = 1 \text{ and } r = -r'$$

(Stokes Relations)

¿Qué pasa con la interferencia si una de las amplitudes es muy pequeña?

$$E_1 e^{i\phi_1} + \varepsilon e^{i\phi_2}$$

Asumiendo que las amplitudes son reales

$$I = |E_1 e^{i\phi_1} + \varepsilon e^{i\phi_2}|^2$$

$$I = E_1^2 + 2E_1\varepsilon \cos(\phi_1 - \phi_2) + \varepsilon^2$$

A primer orden en ε

$$I = I_1 + 2E_1\varepsilon \cos(\phi_1 - \phi_2)$$

Si las fases son iguales: Homodina

Si las fases son diferentes: Heterodina

Se amplifica la señal (asi funcionan los celulares, etc.)

Coherencia es la capacidad de interferir

Mediciones de correlaciones y coherencia en óptica

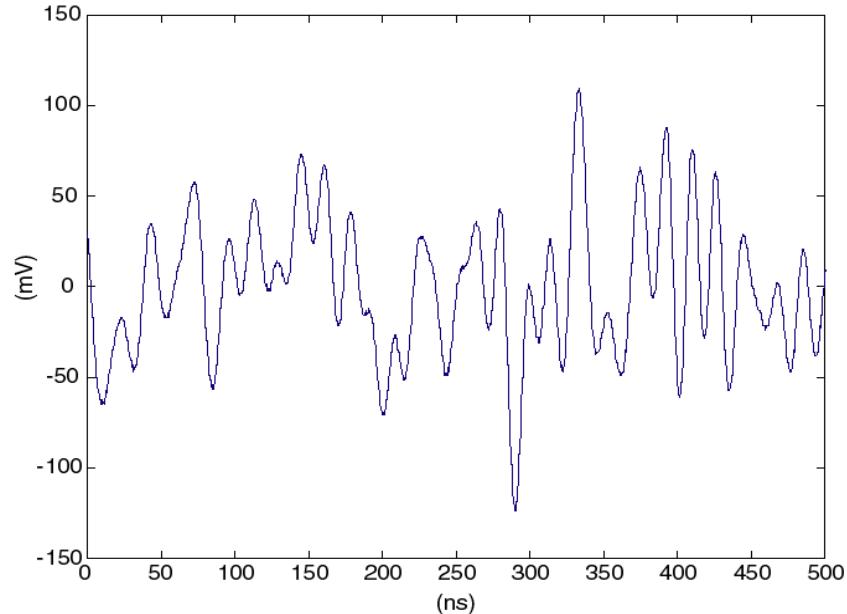
El estudio de señales ruidosas utiliza funciones de correlación.

$$\langle F(t) F(t+\tau) \rangle$$

$$\langle F(t) G(t+\tau) \rangle$$

Para las señales ópticas las variables suelen ser Campo e Intensidad.

Fotocorriente con ruido:



¿Cómo medimos estas funciones?

$$G^{(1)}(\tau) = \langle E(t)^* E(t+\tau) \rangle \text{ campo-campo}$$

$$G^{(2)}(\tau) = \langle I(t) I(t+\tau) \rangle \text{ intensidad-intensidad}$$

$$G^{(3/2)}(\tau) = \langle E(t)^* E(t) E^*(t+\tau) E_{LO}(t+\tau) \rangle + \text{c.c.}$$

homodina del campo - intensidad

- Las funciones de correlación nos dicen algo sobre las fluctuaciones.
- Las fluctuaciones destruyen la coherencia.
- Las funciones de correlación tienen límites clásicos (probabilidad).
- Están relacionados con mediciones condicionales. Dan la probabilidad de un evento dado que algo ha sucedido.

Teoria de Coherencia Optica el trabajo de Emil Wolf

Ecuación de onda de un campo escalar $V(\mathbf{r},t)$

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) V(\mathbf{r},t) = 0,$$

$$U(\mathbf{r},\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} V(\mathbf{r},t) e^{i\omega t} dt,$$

$$(\nabla^2 + k^2)U(\mathbf{r},\omega) = 0,$$

Función de coherencia mutua normalizada:

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \tau) = \langle V^*(\mathbf{r}_1, t) V(\mathbf{r}_2, t + \tau) \rangle. \quad \gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \tau) = \frac{\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \tau)}{\sqrt{I(\mathbf{r}_1)I(\mathbf{r}_2)}},$$

La intensidad es la coherencia mutua a tiempos y posiciones iguales

$$I(\mathbf{r}) = \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}; 0) = \langle V^*(\mathbf{r}, t) V(\mathbf{r}, t) \rangle$$

La densidad espectral cruzada es la transformada de Fourier de la correlación (normalizada como el grado espectral de coherencia).

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \tau) e^{i\omega\tau} d\tau.$$

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega) = \langle U^*(\mathbf{r}_1, \omega) U(\mathbf{r}_2, \omega) \rangle,$$

Grado espectral de coherencia y sus límites:

$$\mu(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega) = \frac{W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega)}{\sqrt{S(\mathbf{r}_1, \omega) S(\mathbf{r}_2, \omega)}} \quad 0 \leq |\mu(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega)| \leq 1$$

Densidad espectral (intensidad a frecuencia ω)

$$S(\mathbf{r}, \omega) = W(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \omega)$$

La teoría moderna de la coherencia comenzó en 1954 cuando Wolf descubrió que la función de la coherencia mutua en el espacio libre satisface las ecuaciones de onda:

$$\left(\nabla_1^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t) = 0,$$

$$\left(\nabla_2^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t) = 0,$$

La densidad espectral cruzada (transformada de Fourier de la correlación) también satisface la ecuación de Helmholtz:

$$(\nabla_1^2 + k^2)W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega) = 0,$$

$$(\nabla_2^2 + k^2)W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega) = 0,$$

Con sus integrales de difracción asociadas.

Conocer la densidad espectral cruzada $W(0)$ en el plano del objeto permite, en principio, el cálculo de la densidad espectral cruzada en cualquier lugar de $z > 0$.

Teorema de regresión cuántica

- Las funciones de correlación se pueden calcular utilizando una ecuación maestra con las condiciones iniciales y de contorno apropiadas (Lax 1968).
- Esto recuerda la propagación de las correlaciones usando la ecuación de onda para lo electromagnético (Wolf 1954, 1955)

Para haces vectoriales tomamos la matriz de densidad espectral cruzada eléctrica, que se puede utilizar para caracterizar el estado de coherencia y el estado de polarización en el plano fuente $z = 0$ es (\mathbf{r}_i es un punto en el plano fuente):

$$\mathbf{W}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2; \omega) = \begin{pmatrix} W_{xx}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2; \omega) & W_{xy}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2; \omega) \\ W_{yx}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2; \omega) & W_{yy}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2; \omega) \end{pmatrix},$$

$$W_{ij}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2; \omega) = \langle E_i^*(\boldsymbol{\rho}_1, \omega) E_j(\boldsymbol{\rho}_2, \omega) \rangle, \quad (i, j = x, y).$$

Luego, en el punto de observación para dos puntos, \mathbf{r}_i E está unido a la fuente por una función de Green o una integral de difracción

$$W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \omega) = \langle E_i^*(\mathbf{r}_1, \omega) E_j(\mathbf{r}_2, \omega) \rangle, \quad (i, j = x, y).$$

Dado que en realidad estamos hablando de campos vectoriales, el grado espectral de polarización del campo en cualquier punto se define como la relación entre la intensidad de la parte polarizada del haz y la intensidad total:

$$\mathcal{P}(\mathbf{r}, \omega) = \sqrt{1 - \frac{4 \det \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \omega)}{[\text{Tr} \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \omega)]^2}},$$

Con densidad espectral de campo (con un prefactor):

$$S(\mathbf{r}, \omega) = \text{Tr} \mathbf{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \omega).$$

El grado de polarización está acotado de no polarizado (0) a totalmente polarizado (1):

$$0 \leq \mathcal{P}(\mathbf{r}, \omega) \leq 1$$

Los parámetros espectrales de Stokes son combinaciones de los elementos de la matriz de densidad espectral cruzada eléctrica:

$$s_0(\mathbf{r}, \omega) = W_{xx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \omega) + W_{yy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \omega),$$

$$s_1(\mathbf{r}, \omega) = W_{xx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \omega) - W_{yy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \omega),$$

$$s_2(\mathbf{r}, \omega) = W_{xy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \omega) + W_{yx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \omega),$$

$$s_3(\mathbf{r}, \omega) = i[W_{yx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \omega) - W_{xy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}; \omega)].$$

El grado de polarización está relacionado con la función de correlación y esto cambia dependiendo de la posición a medida que la onda se propaga.

Cuando se habla de funciones de correlación, la notación de Wolf y Glauber es diferente.

Wolf usa letras griegas ($\gamma^{(4)}$) con el índice asociado al número de campos.

Glauber usa letras latinas ($g^{(2)}$) con el índice asociado al número de intensidades.

Las minúsculas son funciones normalizadas;
Las mayúsculas no están normalizadas.

El teorema de coherencia de polarización, un colorario reciente:

$$P^2 = V^2 + D^2, \text{ and } V^2 + D^2 \leq 1$$

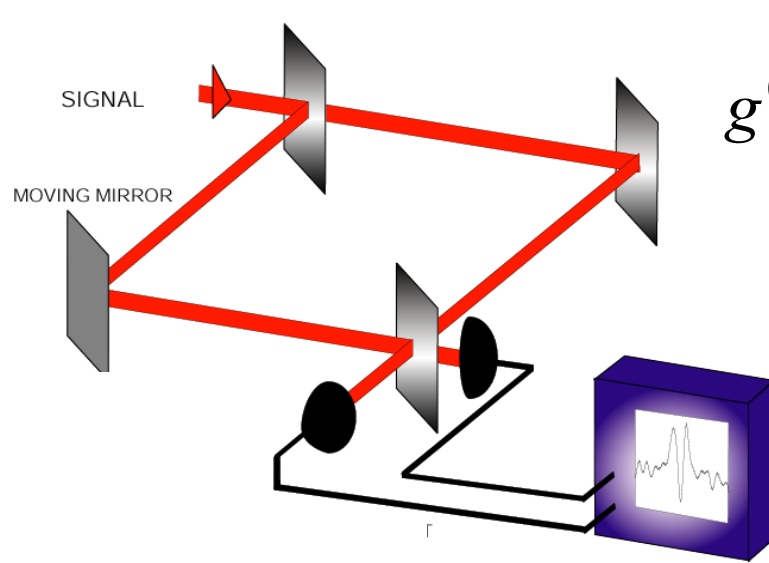
El grado de polarización al cuadrado P es la suma de los cuadrados de visibilidad V y distinguibilidad D ; todos asociados con los elementos de la matriz de densidad espectral cruzada eléctrica.

J. H. Eberly, X.-F. Qian, and A. N. Vamivakas, “Polarization coherence theorem,” *Optica* **4**, 1113 (2017).

A. F. Abouraddy, “What is the maximum attainable visibility by a partially coherent electromagnetic field in Young’s double-slit interference?” *Opt. Express* **15**, 18320 (2017).

Mediciones de correlaciones y coherencia en óptica

interferómetro de Mach Zehnder o Michelson – Correlación de campo



$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle}$$

Espectro:

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int \exp(i\omega\tau) g^{(1)}(\tau) d\tau$$

Esta es la base de la espectroscopia de Fourier

LIGO y VIRGO

La señal LIGO y VIRGO es un pequeño cambio Δd en la separación en el brazo del interferómetro de longitud d causando un cambio de fase $\delta \pm \varepsilon$ Eso cambia a medida que pasa la ola.

Measure $h = \Delta d / d$

La señal es la diferencia $S = I(\delta + \varepsilon) - I(\delta - \varepsilon)$

¿Cuál es tu límite de ruido actual?

En primera instancia, es una distorsión del espacio-tiempo que es análoga y tiene las mismas unidades / dimensiones que la tensión mecánica, es decir, ninguna (es adimensional). Específicamente, si tienes dos caminos geodésicos (trayectorias potenciales de partículas que se mueven inercialmente) que son inicialmente paralelos con alguna separación L , entonces cuando los sigues en la región del espacio-tiempo donde está el GW, la distancia entre ellos varía en una cantidad $\pm \Delta L$ que es proporcional a L , es decir, $\Delta L / L$ es una constante. Lo que no cambia es la velocidad de la luz. El frente de onda llega antes en uno de los dos brazos.

LIGO tiene 4 km en cada brazo y VIRGO 3 Km ambos usan un Fabry Perot en cada brazo para multiplicar por 400 la longitud efectiva, lo que viaja la luz.

$$h = 2 \times 10^{-23} = \Delta d/d$$

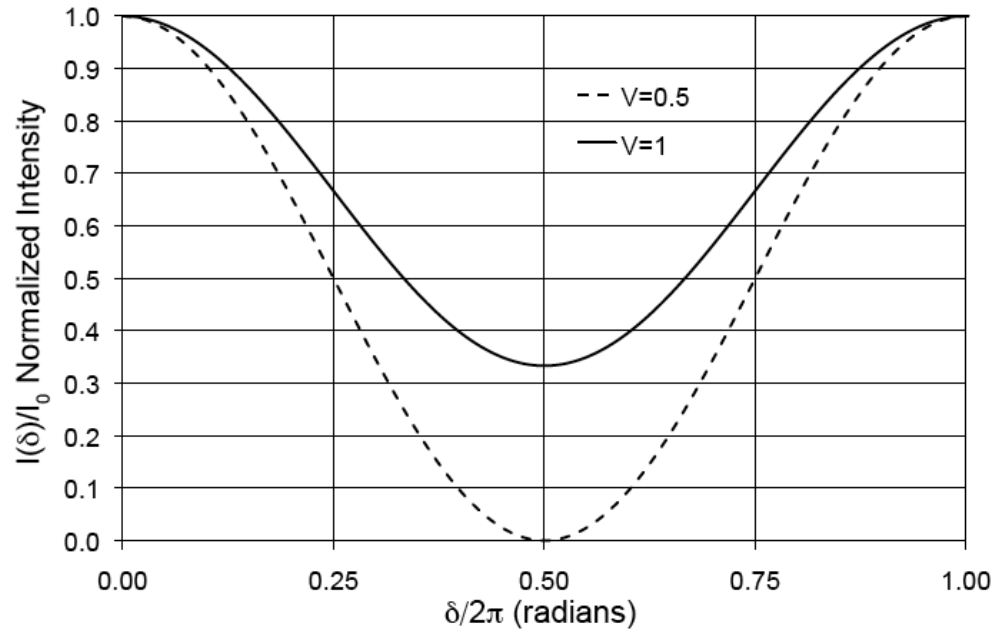
$$\Delta d = 2 \times 10^{-23} \times 4 \times 10^3 \times 4 \times 10^2$$

El radio de un protón es 0.8×10^{-15} m

$\Delta d = 3.2 \times 10^{-17}$ m, tres centésimas del radio de un protón

Si d es la distancia entre la tierra y el sol 1.5×10^{11} m. El cambio $\Delta d \sim$ una décima parte del radio de Bohr 5×10^{-11} m.

¿Dónde operar el interferómetro LIGO y VIRGO, en la parte lineal o en los extremos?



La señal es la diferencia debida al desplazamiento.

$$I_{out} = I_0 \left(A + B \cos^2 \frac{\delta}{2} \right)$$

$$S = I_0 \left(\cos^2 \frac{\delta - \epsilon}{2} - \cos^2 \frac{\delta + \epsilon}{2} \right)$$

$$S = I_0 \left(\left(\cos^2 \frac{\delta}{2} + \epsilon \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{2} \right) - \left(\cos^2 \frac{\delta}{2} - \epsilon \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{2} \right) \right)$$

$$S = 2I_0 \epsilon \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{2}$$

La señal máxima está en la parte lineal de la fase

$$\begin{aligned}\frac{\partial S}{\partial \delta} &= I_0 \epsilon (\cos^2 \delta/2 - \sin^2 \delta/2) \\ \frac{\partial S}{\partial \delta} &= 0 \\ \delta/2 &= \pi/4\end{aligned}$$

Pero lo importante no es la señal máxima, sino la máxima razón señal-ruido:

$$\frac{S}{N} = \frac{I_0 \cos^2 \frac{\delta+\epsilon}{2} - I_0 \cos^2 \frac{\delta+\epsilon}{2}}{\sqrt{I_0 \cos^2 \frac{\delta+\epsilon}{2} + I_0 \cos^2 \frac{\delta+\epsilon}{2}}}$$

$$N \approx \sqrt{2I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}} = \sqrt{2I_0} \cos \frac{\delta}{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{S}{N} &= \frac{2I_0\epsilon \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{2}}{\sqrt{2I_0} \cos \frac{\delta}{2}} \\ &= \sqrt{2I_0}\epsilon \sin \frac{\delta}{2}\end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial \delta} \left(\frac{S}{N} \right) = \frac{\sqrt{2I_0}}{2} \epsilon \cos \frac{\delta}{2}$$

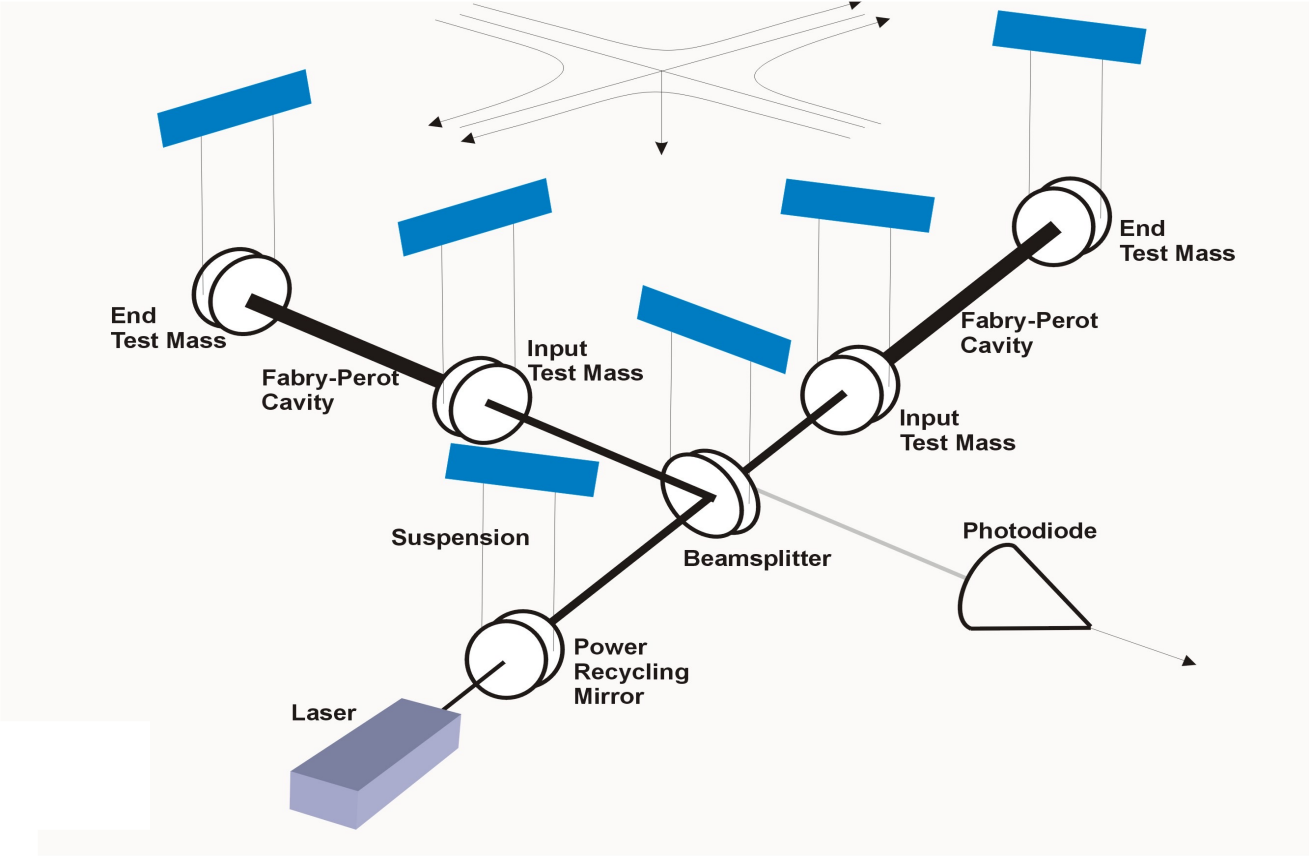
En la parte mínima es un máximo, el S/N es lineal en ϵ

Si están en la oscuridad es más fácil identificar un aumento en la intensidad.

En la parte lineal, ya hay mucha luz, causando ruido de disparo.

En realidad LIGO y VIRGO operan cerca de ese punto, pero tienen en cuenta otros ruidos (técnicos) en su medición.

Fundamentals of GW Interferometry









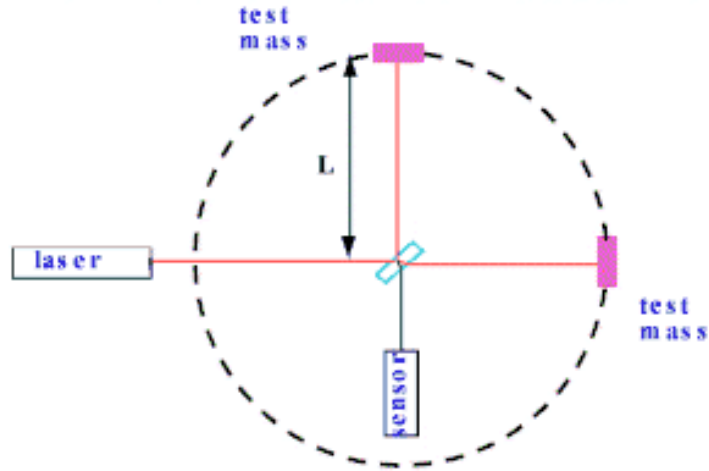


LASER
HAZARD

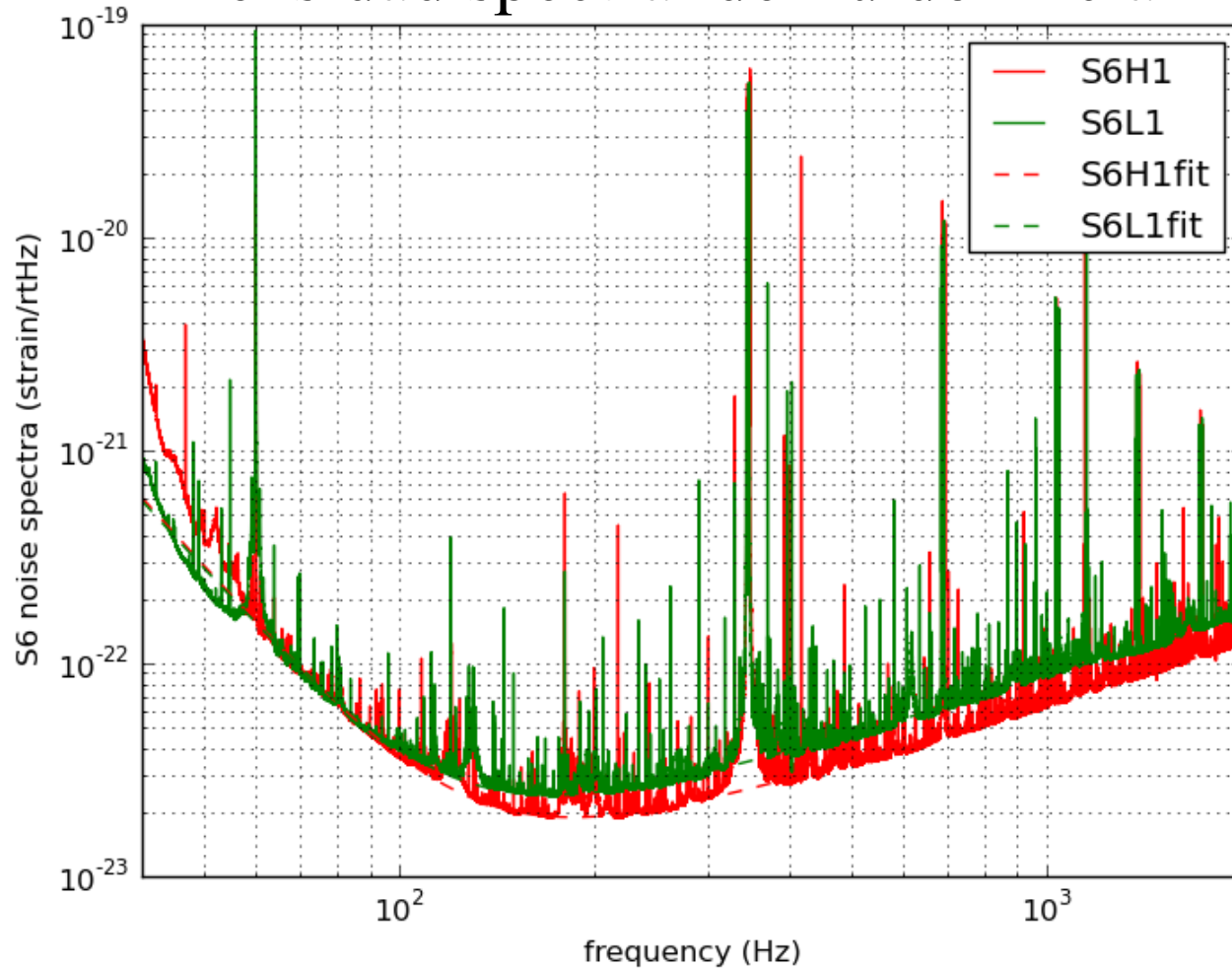
PORTATA
MASSIMA

¿Cómo interactúa una onda gravitacional con un interferómetro

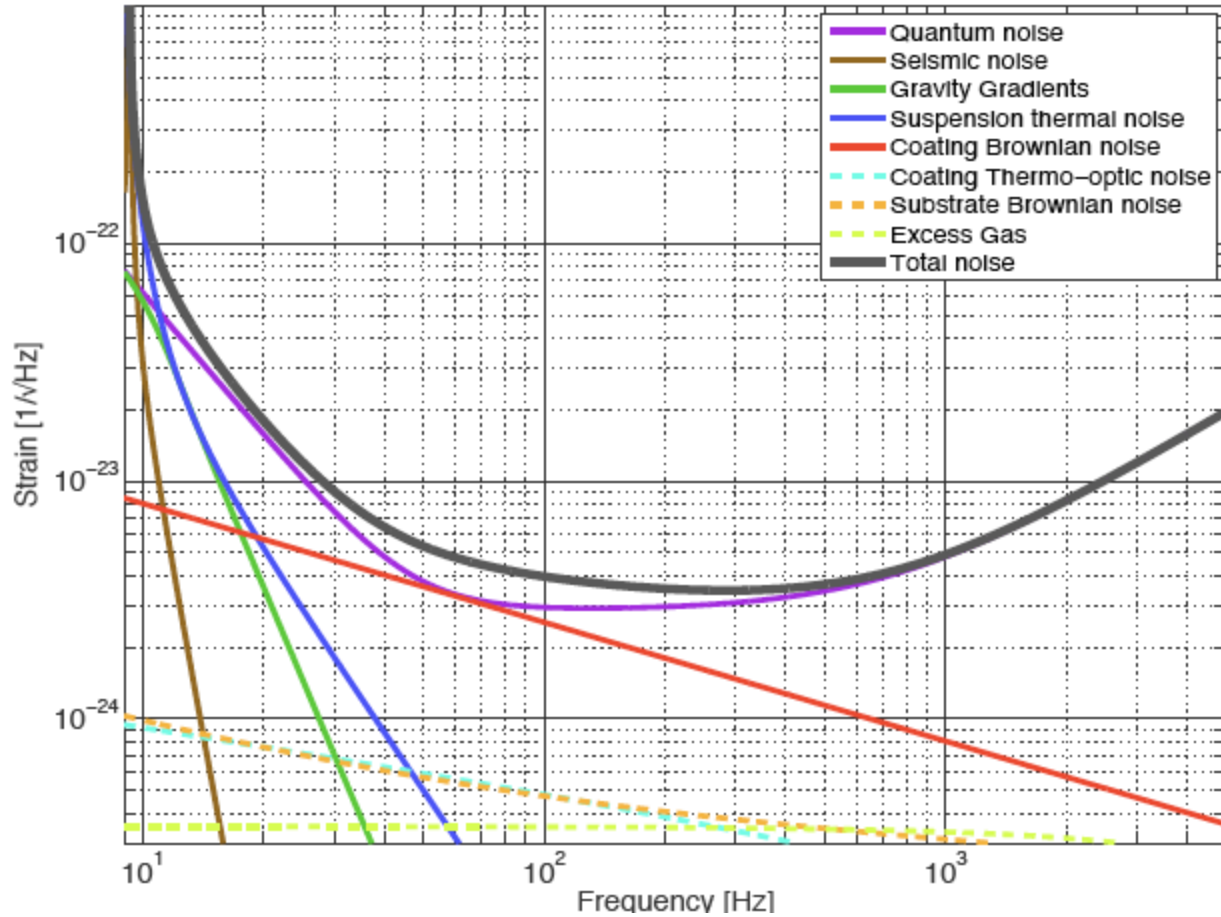
- Los espejos, las "masas de prueba" se aceleran a medida que pasa la Onda Gravitacional (OG).
- La OG alternativamente "estira" y comprime los brazos del interferómetro
- La dependencia temporal del patrón de interferencia en el sensor de fotodiodo registra el paso de la OG.



Densidad espectral del ruido inicial

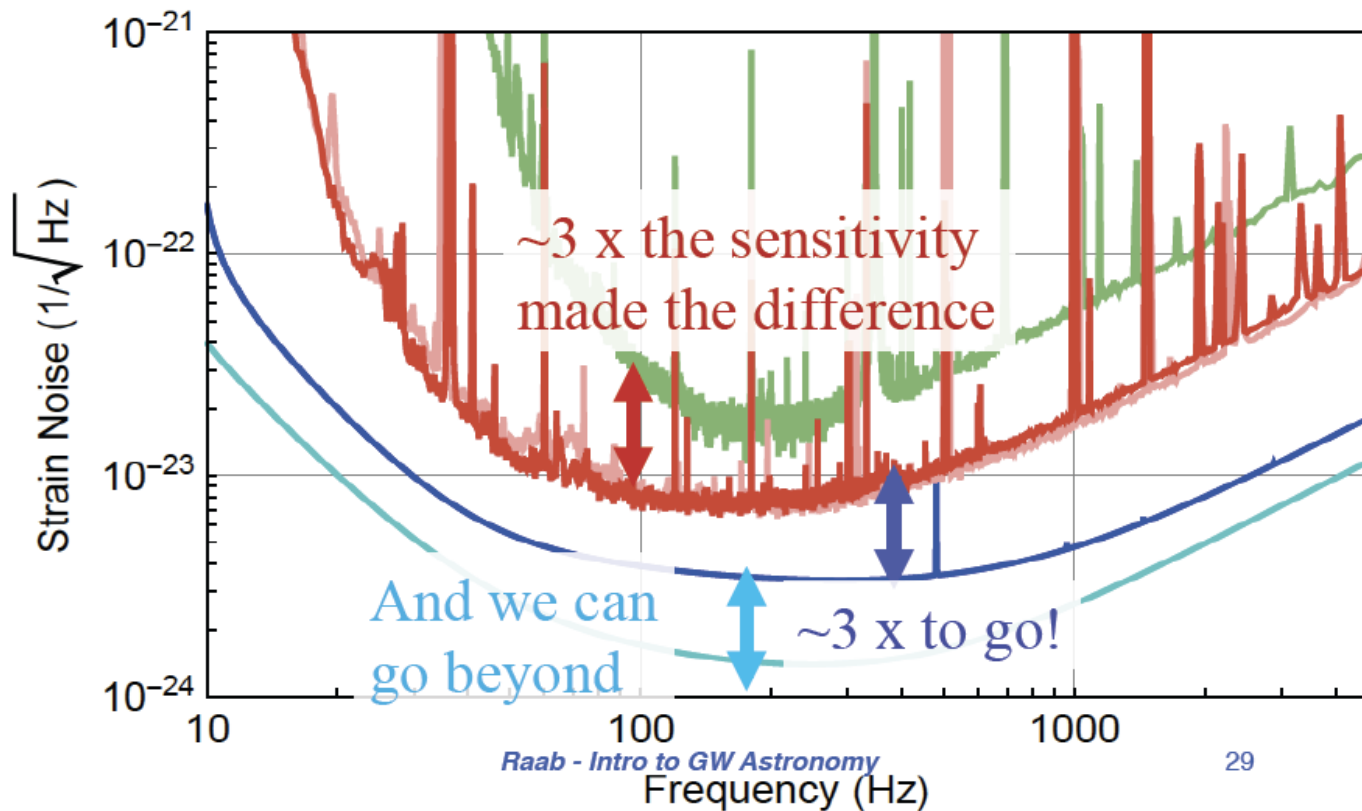


Principales componentes del ruido





Initial S6 / Advanced O1
Design / A+ Upgrade



Gracias